NOTATION EXPONENTIELLE

L'exponentiation est l'opération qui consiste à affecter une base d'un exposant afin d'obtenir une puissance : base$^{\text{exposant}}$ = puissance. Par exemple, dans l'expression $4^5 = 1024$, la base est 4, l'exposant est 5 et la puissance est 1024.

Notation et signification	Exemple
Pour une base a et un exposant entier $m > 1$: $a^m = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m \text{ fois}}$ L'exposant m indique le nombre de fois que la base a apparaît comme facteur dans un produit.	$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
Pour une base a et l'exposant 1 : $a^1 = a$	$1{,}03^1 = 1{,}03$
Pour une base $a \neq 0$ et l'exposant 0 : $a^0 = 1$	$0{,}57^0 = 1$
Pour une base $a \neq 0$ et un exposant entier $m \geq 0$: $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$	$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$
Pour une base $a \geq 0$ et l'exposant $\frac{1}{2}$: $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$	$64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$
Pour une base a et l'exposant $\frac{1}{3}$: $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$	$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

LOIS DES EXPOSANTS

Les lois des exposants permettent d'effectuer des opérations faisant intervenir des expressions écrites sous la forme exponentielle.

Loi		Exemple
Produit de puissances Pour $a \neq 0$:	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$3^4 \times 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 = 19\,683$
Quotient de puissances Pour $a \neq 0$:	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{5^8}{5^6} = 5^{8-6} = 5^2 = 25$
Puissance d'un produit Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$:	$(ab)^m = a^m b^m$	$(3 \times 8)^2 = 3^2 \times 8^2 = 9 \times 64 = 576$
Puissance d'une puissance Pour $a \neq 0$:	$(a^m)^n = a^{mn}$	$(2^3)^5 = 2^{15} = 32\,768$
Puissance d'un quotient Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$:	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{6^2}{5^2} = \frac{36}{25} = 1{,}44$

Manuel de l'élève, volume 1, p. 215

MANIPULATION D'EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

On exprime généralement une expression algébrique sous sa forme réduite, c'est-à-dire à l'aide d'une expression dans laquelle toutes les opérations possibles ont été effectuées. On peut notamment réduire une expression algébrique composée de plusieurs termes :

- en additionnant ou en soustrayant les termes semblables ;
- en utilisant les propriétés de la multiplication ;
- en utilisant les propriétés des fractions ;
- à l'aide des lois des exposants.

Ex. : 1) $(2xy)^4 - 3x^4y^4 = 2^4x^4y^4 - 3x^4y^4 = 16x^4y^4 - 3x^4y^4 = 13x^4y^4$

2) $\frac{7{,}2n^4}{n} = 7{,}2n^{4-1} = 7{,}2n^3$

3) $10a\left(\frac{8a^{-2}}{2a}\right) = 10a(4a^{-2-1}) = 10a(4a^{-3}) = 40a^{1+-3} = 40a^{-2} = \frac{40}{a^2}$

4) $\frac{15b^{11} - 12b^8}{3b^2} = \frac{15b^{11}}{3b^2} - \frac{12b^8}{3b^2} = 5b^{11-2} - 4b^{8-2} = 5b^9 - 4b^6$

5) $\sqrt[3]{x^6y^9} = (x^6y^9)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{6}{3}}y^{\frac{9}{3}} = x^2y^3$

6) $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^3}\right)^2 = \frac{a^{\frac{1}{2}\times 2}}{b^{3\times 2}} = \frac{a}{b^6}$

Une expression algébrique réduite s'écrit habituellement à l'aide d'exposants positifs.

LOGARITHME

L'exposant qu'il faut attribuer à une base pour obtenir une puissance donnée est appelé logarithme. Pour $m > 0$ et une base c supérieure à 0 et différente de 1, l'équivalence qui suit permet de passer d'une forme d'écriture exponentielle à une forme d'écriture logarithmique, et vice versa.

Forme exponentielle — **Forme logarithmique**

Puissance, Base, Exposant — Logarithme, Base, Argument

$$m = c^n \Leftrightarrow n = \log_c m$$

Ex. : 1) $8 = 2^3$	$\Leftrightarrow$	$3 = \log_2 8$	(3 est le logarithme de 8 en base 2.)
2) $20 = 9^n$	$\Leftrightarrow$	$n = \log_9 20$	(n est le logarithme de 20 en base 9.)
3) $17 = 13^{2x}$	$\Leftrightarrow$	$2x = \log_{13} 17$	($2x$ est le logarithme de 17 en base 13.)

De l'équivalence précédente, on peut déduire que, pour $c > 0$ et $c \neq 1$, $\log_c 1 = 0$ et $\log_c c = 1$. Par exemple, $\log_5 1 = 0$ et $\log_3 3 = 1$.