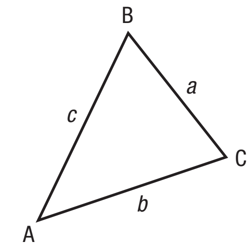
RELATIONS DANS UN TRIANGLE QUELCONQUE

Loi des sinus

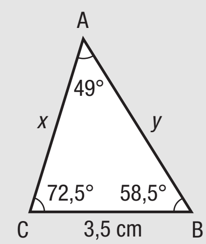
Il est possible de résoudre un triangle quelconque si l'on connaît les mesures d'un angle, de son côté opposé et d'un autre côté ou d'un autre angle de ce triangle.

Les mesures des côtés d'un triangle sont proportionnelles au sinus des angles opposés à ces côtés. Dans le triangle ci-contre, on a :



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Ex. : Dans le triangle ci-contre :

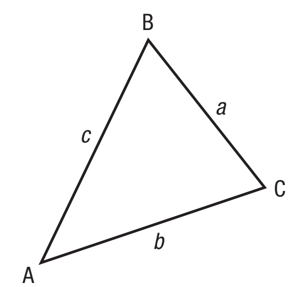


$$\frac{x}{\sin 58{,}5°} = \frac{3{,}5}{\sin 49°} = \frac{y}{\sin 72{,}5°}$$

- On a : $x = \frac{\sin 58{,}5° \times 3{,}5}{\sin 49°}$, soit $x \approx 3{,}95$ cm.
- On a : $y = \frac{\sin 72{,}5° \times 3{,}5}{\sin 49°}$, soit $y \approx 4{,}42$ cm.

Loi des cosinus

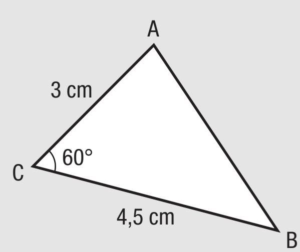
Il est possible de résoudre un triangle quelconque si l'on connaît les mesures de deux de ses côtés et de l'angle compris entre ceux-ci ou si l'on connaît la mesure de ses trois côtés. Dans le triangle ci-contre, on a :



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Ex. :

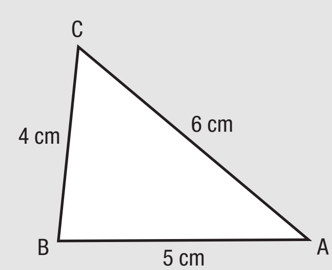
1) Dans le triangle ci-dessous, la mesure du côté AB peut être calculée de la façon suivante.



$$(\text{m }\overline{AB})^2 = 3^2 + 4{,}5^2 - 2 \times 3 \times 4{,}5\cos 60°$$

$$\text{m }\overline{AB} = \sqrt{15{,}75}\text{ cm ou } \approx 3{,}97\text{ cm}$$

2) Dans le triangle ci-dessous, la mesure de l'angle A peut être calculée de la façon suivante.



$$4^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \times 5 \times 6\cos A$$

$$\cos A = \frac{45}{60}$$

$$\text{m}\angle A = \arccos\frac{45}{60}$$

$$\text{m}\angle A \approx 41{,}41°$$