



CAM

Le centre d'aide en mathématique

Isoler une variable (\mathcal{A})

Principes de la balance

Addition et soustraction : Si on ajoute ou retranche une même quantité aux deux membres d'une égalité, les deux membres sont encore égaux. Ça ne change pas l'égalité.

Exemples :

$$\begin{array}{ll} a = b & x = y \\ a + 2 = b + 2 & x - 3 = y - 3 \end{array}$$

Multiplication et division : Si on multiplie ou divise les deux membres d'une égalité par une quantité différente de zéro, les deux membres sont encore égaux. Ça ne change pas l'égalité.

Exemples :

$$\begin{array}{ll} a = b & x = y \\ a \times 2 = b \times 2 & x \div 3 = y \div 3 \end{array}$$

Transformation : De façon générale, si l'on effectue la même opération sur les deux membres d'une égalité, les deux membres sont encore égaux. Ça ne change pas l'égalité.

Exemples :

$$\begin{array}{ll} a = b & x = y \\ a^2 = b^2 & \sin x = \sin y \\ \sqrt{a} = \sqrt{b} & \end{array}$$

Ainsi, quand vient le temps d'isoler une variable, il faut appliquer ces principes et respecter la priorité des opérations.

Exemple 1 Isoler x dans l'expression suivante : $5x - 2 = 8$

$$5x - 2 = 8$$

$$5x - 2 + \boxed{2} = 8 + \boxed{2} \quad \text{Ajoutons 2 à chaque membre de l'égalité. (Principe d'addition)}$$

$$5x = 10$$

$$\frac{5x}{\boxed{5}} = \frac{10}{\boxed{5}} \quad \text{Divisons chaque membre par 5. (Principe de division)}$$

$$x = 2$$

Exemple 2 Isoler x dans l'expression suivante : $5x - 7 = 2x + 4$

$$5x - 7 = 2x + 4$$

$$5x - 7 + \boxed{7} = 2x + 4 + \boxed{7} \quad \text{Ajoutons 7 à chaque membre de l'égalité. (Principe d'addition)}$$

$$5x = 2x + 11$$

$$5x - \boxed{2x} = 2x + 11 - \boxed{2x} \quad \text{Enlevons } 2x \text{ à chaque membre de l'égalité. (Principe de soustraction)}$$

$$3x = 11$$

$$\frac{3x}{\boxed{3}} = \frac{11}{\boxed{3}} \quad \text{Divisons chaque membre par 3. (Principe de division)}$$

$$x = \frac{11}{3}$$

Exemple 3 Isoler x dans l'expression suivante : $\frac{2x}{5} + 40 = 4x + 4$

$$\frac{2x}{5} + 40 = 4x + 4$$

$$\boxed{5} \left(\frac{2x}{5} + 40 \right) = \boxed{5} (4x + 4) \quad \text{Multiplions chaque membre par 5 pour obtenir une égalité sans fraction. (Principe de multiplication)}$$

$$\frac{10x}{5} + 200 = 20x + 20 \quad \text{Distributivité}$$

$$2x + 200 = 20x + 20$$

$$2x + 200 - \boxed{200} = 20x + 20 - \boxed{200} \quad \text{Principe de soustraction (Enlever 20)}$$

$$2x + 180 = 20x$$

$$2x + 180 - \boxed{2x} = 20x - \boxed{2x} \quad \text{Principe de soustraction (Enlever 2x)}$$

$$180 = 18x$$

$$\frac{180}{\boxed{18}} = \frac{18x}{\boxed{18}} \quad \text{Principe de division (Diviser par 18)}$$

$$10 = x$$

Le produit des extrêmes égale le produit des moyens

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ alors on a que } \begin{array}{ccc} a \times d & = & b \times c \\ (\text{extrêmes}) & & (\text{moyens}) \end{array}$$

Lorsque deux expressions fractionnaires sont égales, on peut effectuer les **produits croisés** pour isoler une variable.

Exemple 4 Isoler x dans l'expression suivante : $\frac{x}{4} = \frac{63-x}{5}$

$$\frac{x}{4} = \frac{63-x}{5}$$

$$5 \cdot x = 4 \cdot (63 - x) \quad \text{En effectuant les produits croisés.}$$

$$5x = 252 - 4x \quad \text{Distributivité}$$

$$5x + \boxed{4x} = 252 - 4x + \boxed{4x} \quad \text{Principe d'addition}$$

$$9x = 252$$

$$\frac{9x}{\boxed{9}} = \frac{252}{\boxed{9}} \quad \text{Principe de division}$$

$$x = 28$$

Exemple 5 Isoler x dans l'expression suivante : $\frac{3x}{5} = \frac{4x}{7} - 4$

Nous trouvons ici une difficulté supplémentaire puisque le membre de droite n'est pas complètement fractionnaire. Il faut alors mettre les deux termes de droite sur un même dénominateur.

$$\frac{3x}{5} = \frac{4x}{7} - \frac{4}{1} \quad \text{est équivalent à} \quad \frac{3x}{5} = \frac{4x}{7} - \frac{28}{7} \quad \text{qui est équivalent à} \quad \frac{3x}{5} = \frac{4x-28}{7}$$

$$3x \cdot 7 = 5 \cdot (4x - 28) \quad \text{En effectuant les produits croisés.}$$

$$21x = 20x - 140 \quad \text{Distributivité}$$

$$21x - \boxed{20x} = 20x - 140 - \boxed{20x} \quad \text{Principe de soustraction}$$

$$x = -140$$

Exercices

Pour chacune de ces équations, veuillez isoler la variable.

1. $6x - 12 = 9x + 3$

2. $\frac{3a - 2}{5} = 4,2$

3. $\frac{3}{5}x - 8 = 13$

4. $7g = \frac{6 + 5g}{3}$

5. $2x + 1 = 5x + 13$

6. $\frac{5}{4}m - 3 = 5$

7. $6 - 8y = 2y - 44$

8. $9 - 6a = 1 - 4a$

9. $-3 = \frac{9n}{7} + 3$

10. $\frac{2x}{9} = 2 - \frac{x}{7}$

Corrigé

1. $x = -5$

2. $a = \frac{23}{3}$

3. $x = 35$

4. $g = \frac{3}{8}$

5. $x = -4$

6. $m = \frac{32}{5}$

7. $y = 5$

8. $a = 4$

9. $n = -\frac{14}{3}$

10. $x = \frac{126}{23}$