Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : __________

FONCTION SINUSOÏDALE

Une **fonction sinusoïdale** est une fonction périodique dont la règle peut s'écrire sous la forme $f(x) = \mathrm{a}\sin \mathrm{b}(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$ ou $f(x) = \mathrm{a}\cos \mathrm{b}(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$, où $\mathrm{a} \neq 0$ et $\mathrm{b} \neq 0$. Pour une fonction sinusoïdale :

- l'amplitude A est déterminée par $\dfrac{\max f - \min f}{2}$ et correspond à la valeur absolue du paramètre a ;
- la période p est déterminée par $\dfrac{2\pi}{|\mathrm{b}|}$;
- un cycle correspond graphiquement à la plus petite portion de la courbe associée au motif qui est répété.

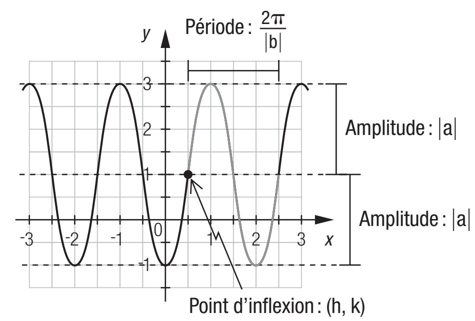
> Lorsque la courbe d'une fonction est continue, le point qui fait la transition entre une partie de la courbe qui monte (descend) de plus en plus rapidement et une autre partie de la courbe qui monte (descend) de moins en moins rapidement, ou vice versa, correspond à un **point d'inflexion.**

Dans la représentation graphique d'une fonction sinus dont la règle s'écrit $f(x) = \mathrm{a}\sin \mathrm{b}(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$, (h, k) sont les coordonnées d'un point d'inflexion de la courbe.

Ex. :

Règle	Table de valeurs	Représentation graphique
$f(x) = 2\sin \pi\left(x - \frac{1}{2}\right) + 1$	voir ci-dessous	voir ci-dessous

x	y
-3	3
-2	-1
-1	3
0	-1
1	3
2	-1
3	3



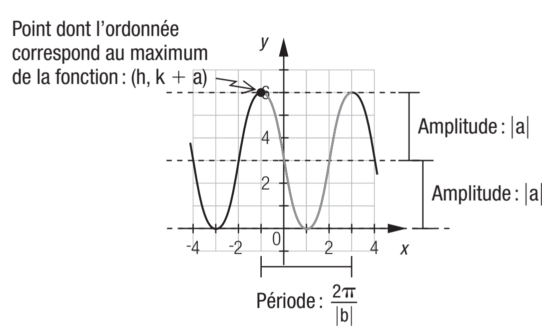
La portion de courbe tracée en rouge correspond à un cycle de la fonction.

Dans la représentation graphique d'une fonction cosinus dont la règle s'écrit $f(x) = \mathrm{a}\cos \mathrm{b}(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$, (h, k ± a) sont les coordonnées d'un point associé à un extremum de la fonction.

Ex. :

Règle	Table de valeurs	Représentation graphique
$f(x) = 3\cos \frac{\pi}{2}(x + 1) + 3$	voir ci-dessous	voir ci-dessous

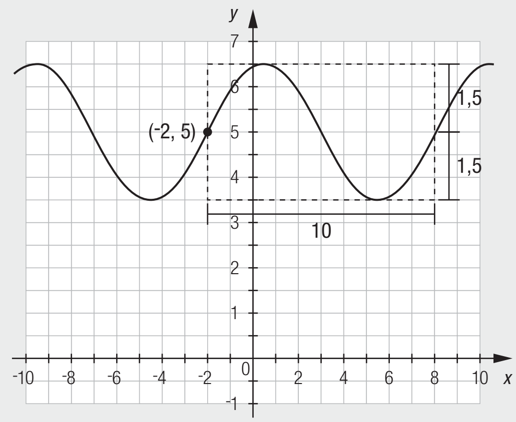
x	y
-3	3
-2	-1
-1	3
0	-1
1	3
2	-1
3	3



La portion de courbe tracée en rouge correspond à un cycle de la fonction.

RECHERCHE DE LA RÈGLE D'UNE FONCTION SINUSOÏDALE

Il est possible de déterminer la règle d'une fonction sinusoïdale, dont la règle s'écrit $f(x) = \text{a} \sin \text{b}(x - \text{h}) + \text{k}$ ou $f(x) = \text{a} \cos \text{b}(x - \text{h}) + \text{k}$, de la façon suivante.

<table>
<tr>
<td>1. Identifier un cycle de la fonction dont le point de départ est associé aux paramètres h et k, et délimiter ce cycle à l'aide d'un rectangle dont la base correspond à la période p et la hauteur, au double de l'amplitude A.</td>
<td colspan="2">Ex. :


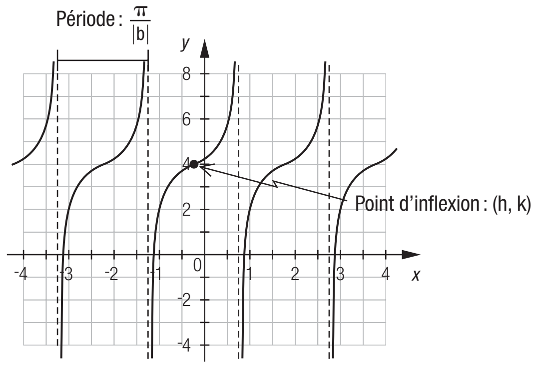
En considérant que la règle recherchée est celle d'une fonction sinus, les coordonnées du point de départ du cycle identifié sont (-2, 5), la période est 10 et l'amplitude est 1,5.</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Déduire la valeur des paramètres a et b selon le cycle identifié.</td>
<td>$A = 1{,}5$
$|\text{a}| = 1{,}5$
$\text{a} = \pm 1{,}5$
D'après le cycle identifié, on déduit que a = 1,5.</td>
<td>$p = \frac{2\pi}{|\text{b}|}$
$10 = \frac{2\pi}{|\text{b}|}$
$\text{b} = \pm\frac{\pi}{5}$
D'après le cycle identifié, on déduit que $\text{b} = \frac{\pi}{5}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Déterminer la valeur des paramètres h et k.</td>
<td colspan="2">Puisque les coordonnées du point de départ du cycle identifié sont (-2, 5) la valeur de h est -2 et celle de k est 5.</td>
</tr>
<tr>
<td>4. Écrire la règle de la fonction obtenue.</td>
<td colspan="2">$f(x) = 1{,}5 \sin \frac{\pi}{5}(x + 2) + 5$
On note que la règle de cette fonction pourrait aussi s'écrire $f(x) = 1{,}5 \cos \frac{\pi}{5}\left(x - \frac{1}{2}\right) + 5$.</td>
</tr>
</table>

FONCTION TANGENTE

La **fonction tangente** est une fonction périodique dont la règle peut s'écrire sous la forme $f(x) = \text{a} \tan \text{b}(x - \text{h}) + \text{k}$, où $\text{a} \neq 0$ et $\text{b} \neq 0$. Dans la représentation graphique d'une fonction tangente :

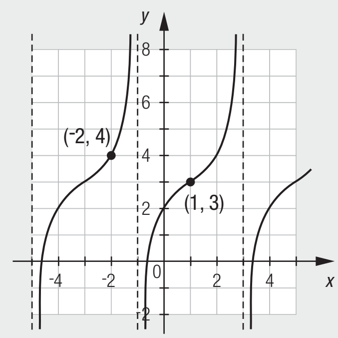
- toutes les asymptotes verticales sont situées à égale distance les unes des autres ;
- la distance entre deux asymptotes verticales consécutives correspond à la période *p* de la fonction et est déterminée par $\frac{\pi}{|\text{b}|}$;
- (h, k) sont les coordonnées d'un point d'inflexion de la courbe.

Ex. :

<table>
<tr><th>Règle</th><th>Table de valeurs</th><th>Représentation graphique</th></tr>
<tr><td>$f(x) = 0,7\tan\frac{\pi}{2}(x + 0,25) + 4$</td><td>
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-1</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>0</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0,5</td></tr>
</table>
</td><td>
</td></tr>
</table>

RECHERCHE DE LA RÈGLE D'UNE FONCTION TANGENTE

Il est possible de déterminer la règle d'une fonction tangente, dont la règle s'écrit $f(x) = a\tan b(x - h) + k$, de la façon suivante.

1. Trouver les coordonnées d'un point d'inflexion et d'un autre point de la courbe.	Ex. : Les coordonnées d'un point d'inflexion de la courbe sont (1, 3) et la courbe passe par le point (⁻2, 4).
2. À l'aide du graphique, déduire la valeur du paramètre b.	Puisque la période de cette fonction est 4, on a : $p = \frac{\pi}{\lvert b \rvert} \Rightarrow 4 = \frac{\pi}{\lvert b \rvert} \Rightarrow b = \pm\frac{\pi}{4}$ D'après l'allure de la courbe, on déduit que $b = \frac{\pi}{4}$.
3. Substituer les coordonnées du point d'inflexion à h et à k, les coordonnées de l'autre point de la courbe à x et à $f(x)$, ainsi que la valeur du paramètre b dans la règle $f(x) = a\tan b(x - h) + k$.	$4 = a\tan\frac{\pi}{4}(^{-}2 - 1) + 3$
4. Résoudre l'équation obtenue afin de déterminer la valeur du paramètre a.	$4 = a\tan\frac{\pi}{4}(^{-}2 - 1) + 3$ $1 = a\tan\frac{-3\pi}{4}$ $1 = a \times 1$ $a = 1$
5. Écrire la règle de la fonction obtenue.	$f(x) = \tan\frac{\pi}{4}(x - 1) + 3$

Nom : ____________________

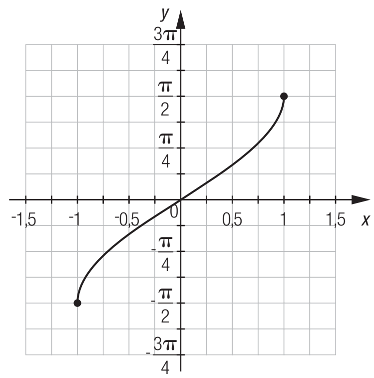
Groupe : __________ Date : __________

savoirs 6.2

Manuel de l'élève, volume 2, p. 107

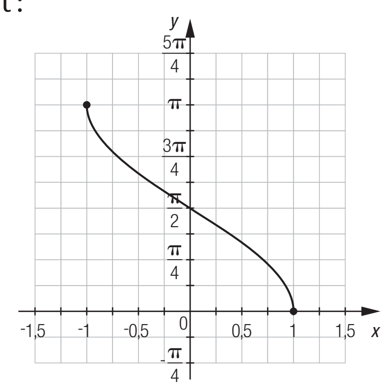
FONCTION ARC SINUS

La réciproque de la fonction sinus correspond à la fonction arc sinus, dont la règle s'écrit $f(x) = \text{arc sin}\, x$ ou $f(x) = \sin^{-1} x$. Son domaine est $[-1, 1]$, son codomaine, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, et sa représentation graphique est :



FONCTION ARC COSINUS

La réciproque de la fonction cosinus correspond à la fonction arc cosinus, dont la règle s'écrit $f(x) = \text{arc cos}\, x$ ou $f(x) = \cos^{-1} x$. Son domaine est $[-1, 1]$, son codomaine, $[0, \pi]$, et sa représentation graphique est :



FONCTION ARC TANGENTE

La réciproque de la fonction tangente correspond à la fonction arc tangente, dont la règle s'écrit $f(x) = \text{arc tan}\, x$ ou $f(x) = \tan^{-1} x$. Son domaine est $\mathbb{R}$, son codomaine, $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, et sa représentation graphique est :