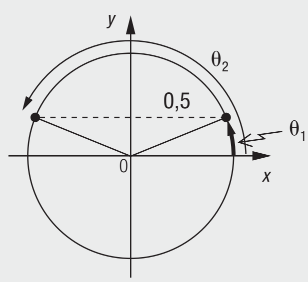
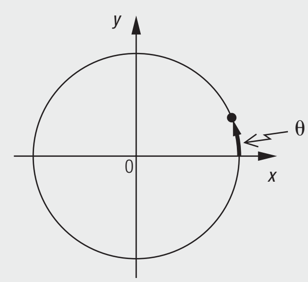
Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : ____________

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION TRIGONOMÉTRIQUE À UNE VARIABLE

Il est possible de résoudre une équation trigonométrique à une variable, c'est-à-dire une équation sinus, une équation cosinus ou une équation tangente, de la façon suivante.

	Ex. : 1) Résoudre : $2\sin 3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 5 = 6$	2) Déterminer les zéros de la fonction : $f(x) = \sqrt{3}\tan \pi x - 1$
1.	Obtenir une équation dans laquelle l'argument du sinus, du cosinus ou de la tangente est isolé.	
Ex. :	1) $2\sin 3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 5 = 6$ $2\sin 3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ $\sin 3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ $3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \arcsin\frac{1}{2}$	2) $\sqrt{3}\tan \pi x - 1 = 0$ $\sqrt{3}\tan \pi x = 1$ $\tan \pi x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\pi x = \arctan\frac{1}{\sqrt{3}}$
2.	Pour une équation sinusoïdale, déterminer la ou les deux valeurs de θ sur $[0, 2\pi[$ qui vérifient l'équation.	Pour une équation tangente, déterminer la valeur de θ sur $[0, \pi]$ qui vérifie l'équation.
Ex. :	1)  $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$ $\theta_2 = \pi - \theta_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$	2)  $\theta = \frac{\pi}{6}$
3.	Former deux équations à partir des valeurs trouvées.	Former une équation à partir de la valeur trouvée.
Ex. :	1) $3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6}$ $3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\pi}{6}$	2) $\pi x = \frac{\pi}{6}$

<table>
<tr><td>4.</td><td>Afin de tenir compte de la périodicité, additionner $2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$, au membre formé d'un terme constant pour l'équation sinusoïdale.</td><td>Afin de tenir compte de la périodicité, additionner $n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$, au membre formé d'un terme constant pour l'équation tangente.</td></tr>
<tr><td>Ex. :</td><td>1) $3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$
$3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$</td><td>2) $\pi x = \frac{\pi}{6} + n\pi$</td></tr>
<tr><td>5.</td><td colspan="2">Résoudre la ou les équations formées.</td></tr>
<tr><td>Ex. :</td><td>1) $3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$
$x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{18} + \frac{2n\pi}{3}$
$x = \frac{11\pi}{36} + \frac{2n\pi}{3}$

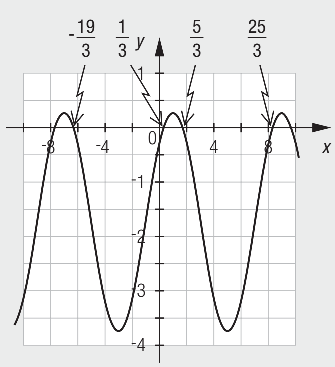
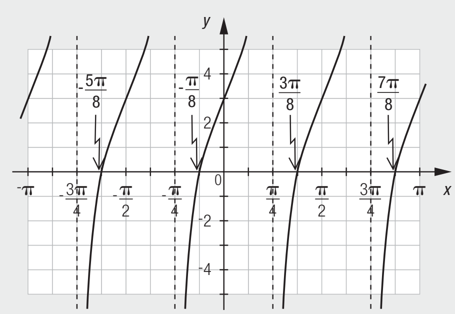
$3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$
$x - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{18} + \frac{2n\pi}{3}$
$x = \frac{19\pi}{36} + \frac{2n\pi}{3}$</td><td>2) $\pi x = \frac{\pi}{6} + n\pi$
$x = \frac{1}{6} + n$</td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2">Écrire l'ensemble-solution.</td></tr>
<tr><td>Ex. :</td><td>1) De façon générale, les solutions sont :
$x = \frac{11\pi}{36} + \frac{2n\pi}{3}$
$x = \frac{19\pi}{36} + \frac{2n\pi}{3}$, où $n \in \mathbb{Z}$.
L'ensemble-solution est :
$\left\{\ldots, \frac{13\pi}{36}, -\frac{5\pi}{36}, \frac{11\pi}{36}, \frac{19\pi}{36}, \frac{35\pi}{36}, \frac{43\pi}{36}, \ldots\right\}$.</td><td>2) De façon générale, les zéros sont :
$x = \frac{1}{6} + n$, où $n \in \mathbb{Z}$.
L'ensemble-solution est :
$\left\{\ldots, -\frac{11}{6}, -\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, \frac{13}{6}, \ldots\right\}$.</td></tr>
</table>

Nom : ___________________________

Groupe : _______________ Date : ____________

RÉSOLUTION D'UNE INÉQUATION TRIGONOMÉTRIQUE À UNE VARIABLE

Il est possible de résoudre une inéquation trigonométrique à une variable, c'est-à-dire une inéquation sinus, une inéquation cosinus ou une inéquation tangente, de la façon suivante.

	Ex. : 1) Résoudre : $2\sin\frac{\pi}{4}(x+1) - \sqrt{3} < 0$	2) Déterminer sur quels intervalles la fonction $f(x) = 3\tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$ est positive.
1. Substituer un symbole d'égalité au symbole d'inégalité de l'inéquation.	$2\sin\frac{\pi}{4}(x+1) - \sqrt{3} = 0$	$3\tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3 = 0$
2. Résoudre l'équation.	$2\sin\frac{\pi}{4}(x+1) - \sqrt{3} = 0$ $\frac{\pi}{4}(x+1) = \text{arc sin}\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{\pi}{4}(x+1) = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$ $x = \frac{1}{3} + 8n$ $\frac{\pi}{4}(x+1) = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$ $x = \frac{5}{3} + 8n$	$3\tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3 = 0$ $2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \text{arc tan}\ (-1)$ $2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} + n\pi$ $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}$
3. Déduire l'ensemble-solution à l'aide du symbole d'inégalité de l'inéquation.	Puisque les équations obtenues sont $x = \frac{1}{3} + 8n$ et $x = \frac{5}{3} + 8n$, on a :  L'ensemble-solution est : $\ldots \cup \left[-\frac{19}{3}, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{3}, \frac{25}{3}\right] \cup \left[\frac{29}{3}, \frac{49}{3}\right] \cup \ldots$	Puisque l'équation obtenue est $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}$, on a :  L'ensemble-solution est : $\ldots \cup \left[-\frac{5\pi}{8}, -\frac{\pi}{4}\right[\cup \left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right[\cup \left[\frac{3\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right[\cup \ldots$